

# 正则化一步动态重建算法在磁感应成像中的应用

吕 轶<sup>1,2</sup>, 王 旭<sup>1</sup>, 金晶晶<sup>1</sup>, 杨 丹<sup>1</sup>, 宣 杨<sup>1</sup>

(1. 东北大学信息科学与工程学院, 辽宁沈阳 110819; 2. 辽东学院信息技术学院, 辽宁丹东 118003)

**摘 要:** 磁感应成像是生物组织的电导率进行图像重建的一种方法, 高斯牛顿方法通过不断迭代并重新计算灵敏度矩阵进行非线性图像重建, 精度高但耗时较长. 结合正则化技术, 提出高斯牛顿一步动态重建算法, 通过实验获得了相关参数的最优解. 基于正问题的数学模型, 建立磁感应成像测量模型, 利用有限元方法求解, 所得到的灵敏度矩阵和磁矢势应用于逆问题中, 本文所提方法实现了绝对电导率的重建. 通过对测量电压添加不同信噪比的不相关高斯噪声模拟真实测量值, 对仿真结果进行对比. 本文所提算法与其它算法相比较, 结果表明, 该方法在精度和速度上获得较满意效果.

**关键词:** 磁感应成像; 图像重建; 有限元; 灵敏度矩阵; 逆问题

**中图分类号:** TP301      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2011) 12-2801-06

## Regularized One-Step Dynamic Image Reconstruction in Magnetic Induction Tomography

LÜ Yi<sup>1,2</sup>, WANG Xu<sup>1</sup>, JIN Jing-jing<sup>1</sup>, YANG Dan<sup>1</sup>, XUAN Yang<sup>1</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China;

2. School of Information Technology, Eastern Liaoning University, Dandong, Liaoning 118003, China)

**Abstract:** Magnetic induction tomography (MIT) is an imaging method for reconstructing the electrical conductivity of biological tissues. Gauss-Newton method aims at nonlinear reconstruction by iterating continuously and re-calculating sensitivity matrix, which has a high precision but is time-consuming. Gauss-Newton one-step dynamic algorithm in combination with regularization technique was proposed and used to experiment for obtaining optimized solutions of relative parameters. MIT measurement model based on forward mathematical model is set up and solved by the finite element method. The obtained sensitivity matrix and magnetic vector potential are applied in the inverse problem and the method presented in the paper realized the reconstruction of the absolute conductivity. Uncorrelated Gaussian noise with different signal-noise-ratio (SNR) is added in the measurement voltage to simulate the real measurement value and the simulated results are compared. The results prove that the algorithm in the paper gets better effect in precision and speed than others.

**Key words:** magnetic induction tomography (MIT); image reconstruction; finite element; sensitivity; inverse problem

## 1 引言

磁感应成像 (Magnetic Induction Tomography, MIT) 是对所测物体内部复合电导率 ( $\kappa = \sigma + j\omega\epsilon_0\epsilon_r$ ) 或其变化量 ( $\Delta\kappa$ ) 进行图像重建的一种无创无损的新型技术. MIT 测量系统需要一系列激励和接收线圈放置在物体周围, 如图 1 所示, 对激励线圈施加交变电流, 则其周围将产生交变磁场  $B_0$ , 存在于  $B_0$  中的所测物体感生出涡流进而产生二次磁场  $\Delta B$ ,  $\Delta B$  中包含如电导率, 磁导率和介电常数等反映物体内部分布参数信息, 通过测量接收线圈相应的电压及其电压变化对物体内部电导率等参数进行图像重建<sup>[1]</sup>.

MIT 分为正问题和逆问题两个方面<sup>[2]</sup>. 正问题是已知所测物体内部的电导率分布和其周围激励线圈的电流分布来求解物体内部及其周围的涡流场; 逆问题是应用重建算法由接收线圈测量所得的感应电压来推导物体的电导率分布信息. 应用于 MIT 的图像重建算法至关重要, 且国内鲜有文献专门报道, 而正问题同时又制约着逆问题的研究.

与电阻抗成像 (Electrical Impedance Tomography, EIT) 相比, MIT 用线圈取代了电极, 避免了与人体直接接触, 且 MIT 所产生的磁场比较容易穿透如颅骨等人体组织<sup>[3]</sup>. 事实上, MIT 相似的工作原理已应用于工业上的层析成像中, 近几年国内外学者才开始关注 MIT 在医疗

领域上的应用,通过电导率的分布信息对生物组织各个层面的特性进行研究分析<sup>[4]</sup>;至今,利用 MIT 在医学上所进行的研究包括观测脑水肿,四肢成像,伤口愈合等多方面<sup>[5]</sup>.

本文从麦克斯韦方程组出发,利用有限元方法在对正问题及其相关灵敏度矩阵进行数值求解的基础上,将高斯一步动态重建算法应用于 MIT 绝对电导率的图像重建中,通过大量实验,得到各个参数的最优解,并添加不相关高斯噪声模拟真实测量值,验证了该算法的有效性,并对结果进行了详实的对比与分析.

## 2 正逆问题求解

MIT 的正问题可描述为对涡流问题的求解<sup>[6]</sup>,即

$$V = \Psi(\kappa) \quad (1)$$

其中  $V$  是接收线圈的感应电压,  $\kappa$  代表所测物体离散的电导率分布. 其中  $V$  包含  $a \cdot b$  项,  $a$  和  $b$  分别代表激励和接收线圈的个数,则相应的逆问题为

$$\kappa = \Psi^{-1}(V) \quad (2)$$

其通常是病态且欠定的.

应用于医学的 MIT 重建算法至今仍没有满意的解决方案. 其中应用较为广泛的滤波反投影算法,其加权及权值对图像重建的影响较大,测量数据对中心区域的变化不敏感,导致靠近边界的图像分辨率高,中心区域的分辨率较低. 近几年所提出的高斯牛顿法是一种非线性问题线性化并迭代修正参数的局部寻优方法,其灵敏度矩阵的计算至关重要,每次迭代都需要更新,计算量较大;且需反复迭代来修正电导率的值,导致重建算法需要反复调用正问题求解程序,耗时且对计算机性能要求较高.

本文将一种快速图像重建方法—高斯牛顿一步重建算法(NOSER)应用于 MIT 中,该方法基于下面假设:如果高斯牛顿法中设定的初始电导率  $\sigma_{\text{初}}$  足够接近真实电导率分布,则迭代次数会大大减少,甚至只需在设定  $\sigma_{\text{初}}$  的基础上迭代一次,就可得到电导率分布图像. 即使成像结果在数值上与真实值之间仍然存在一定误差,但从重建图像上可以清楚地辨别出场域内目标的位置和大小,并快速成像.

### 2.1 正问题求解

#### 2.1.1 正问题数学模型

MIT 中的正问题是对时谐涡流场中的边界值问题求解<sup>[7]</sup>,忽略位移电流,应用于生物组织中  $\sigma \gg \omega\epsilon$ ,根据

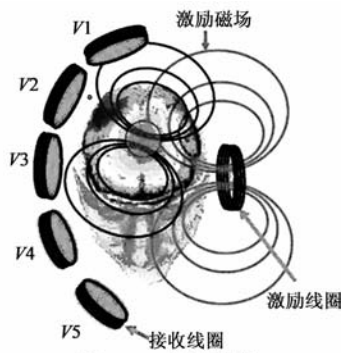


图1 MIT原理框图

磁矢势  $\mathbf{A}$  将这一问题描述为

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} + j\omega\sigma \mathbf{A} = \mathbf{J}_s \quad (3)$$

其中,  $\sigma$  和  $\mu$  分别为导体的电导率和磁导率,  $\omega$  为应用的角频率,  $\mathbf{J}_s$  为线圈电流密度.

#### 2.1.2 正问题有限元求解

有限元方法<sup>[8]</sup>以其发展成熟和计算准确的特点,广泛应用于电磁场涡流求解中. 式(3)可转化为

$$T(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \int_s \left\{ \frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} + j\omega\sigma \mathbf{A}^2 - 2\mathbf{J}_s \mathbf{A} \right\} dx dy = \min \quad (4)$$

经过离散,求解式(4)关于各个节点磁矢势的导数,使之等于0,联合并用矩阵方程表示为

$$(\mathbf{K} + j\omega\mathbf{C}) \mathbf{A} = \mathbf{f} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{A}$  为所求解的节点磁矢势函数矩阵,  $\mathbf{f}$  为电流密度所决定的激励矩阵,  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{C}$  分别为系数矩阵,求解矩阵方程(5),可得到整个区域内的磁矢势  $\mathbf{A}$ , 求其散度数可得到磁通密度  $\mathbf{B}$ <sup>[9]</sup>.

#### 2.1.3 灵敏度矩阵 $\mathbf{S}$ 和测量电压的求解

求解逆问题之前必须对  $\mathbf{S}$  和接收线圈的测量电压进行求解<sup>[10]</sup>. 采用有限元方法所求解的正问题在接收线圈上所产生的感应电压为

$$V = j\omega \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (6)$$

沿线圈对  $\mathbf{A}$  线积分求得接收线圈的感应电压  $V$ ,  $V$  的实部与虚部分别决定着接收线圈的幅度和相位. 而且,在前期模型求解中,  $V$  是频率、线圈的几何形状、激励电流和电导率等参数的函数.

灵敏度矩阵  $\mathbf{S}$  反应了电导率变化和接收线圈中的感应电压变化的关系,根据式(1),感应电压和电导率的关系可用灵敏度矩阵导出,即

$$S_k = \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma} = \frac{\partial V_{ij}}{\partial \sigma_k} = -\omega^2 \frac{\int_{\Omega_{D_k}} \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{A}_j dV}{I_0} \quad (7)$$

其中  $\Omega_{D_k}$  为所测导电物体的体积,  $\mathbf{A}_i$  和  $\mathbf{A}_j$  是当分别对激励线圈  $i$  和接收线圈  $j$  施加单位电流  $I_0$  通过正问题求解所得结果. 式(7)为灵敏度矩阵一般表达形式,可以根据不同的感应电压导出相应的灵敏度矩阵.

### 2.2 逆问题求解

MIT 图像重建是非线性、病态的逆问题,迭代方法为其重建电导率分布提供了解决方案,利用测量值与计算值之差构造一具有平方和形式的目标函数,通过使目标泛函最小,求得电导率的参数值<sup>[11]</sup>,在迭代中需要求解正问题及灵敏度矩阵. 动态成像是以电导率相对值为成像目标,利用两个不同时刻的测量数据,通过图像重建算法获得电导率分布的差值,重构一幅差分

图像.其优点是测量中的干扰和噪声信号可以在相减时得到消除,对测量系统精度要求不是很高,计算量较小,成像速度快,可实现实时成像<sup>[12]</sup>.

### 2.2.1 正则化的高斯牛顿重建算法

根据测量电压  $V$  与电导率  $\kappa$  之间的非线性函数式(1),构造  $L_2$  范数<sup>[13]</sup>,

$$Q = \|V - \psi(\kappa)\|_2^2 \quad (8)$$

要解决的问题就是寻找  $\kappa^{(k)}$ ,使  $Q$  的值达到最小,对  $Q$  求一阶导数,并令其为 0,

$$Q' = [\psi'(\kappa)]^T [V - \psi(\kappa)] = 0 \quad (9)$$

使  $Q'$  在  $\kappa^{(k)}$  处作 Taylor 展开,略去高次项,只取线性项,有

$$Q' = Q'(\kappa^{(k)}) + Q''(\kappa^{(k)})\Delta\kappa^{(k)} \quad (10)$$

$Q''$  为 Hessian 矩阵,对式(9)求导,近似求得

$$Q'' = -[\psi'(\kappa)]^T \psi''(\kappa) \quad (11)$$

将式(9)与式(11)代入式(10),整理得

$$\Delta\kappa^{(k)} = \{[\psi'(\kappa^{(k)})]^T \psi''(\kappa^{(k)})\}^{-1} [\psi'(\kappa^{(k)})]^T \cdot (V - \psi(\kappa^{(k)})) \quad (12)$$

其中  $\psi'(\kappa^{(k)})$  为灵敏度矩阵,用  $S$  表示,式(12)简化为

$$\Delta\kappa^{(k)} = (S^T S)^{-1} S^T (V - \psi(\kappa^{(k)})) \quad (13)$$

式(13)中的近似 Hessian 矩阵  $S^T S$  是严重病态的,条件数很大,方程解数值上不稳定.要避免直接使用病态海森矩阵求逆,为提高算法的收敛性,必须进行正则化处理.通常采用 Tikhonov 正则化方法加以修正<sup>[14]</sup>.

由谱条件数得知,当正则化因子  $\lambda > 0$  时,

$$\text{cond}(S^T S + \lambda I)_2 < \text{cond}(S^T S)_2 \quad (14)$$

其中  $I$  为单位矩阵,当  $\lambda$  足够大时,  $\text{cond}(A^T A + \lambda I) \rightarrow 1$ ,  $S^T S + \lambda I$  呈良态.可见,即使对称矩阵  $S^T S$  不正定,在其对角元素加上一足够大的正数后,也可使  $S^T S$  变为正定且良态.因此,用  $S^T S + \lambda I$  代替重建算法中的  $S^T S$ ,选取足够大的  $\lambda$ ,就可使其数值稳定,保证收敛.因此,重新构造  $L_2$  范数,即

$$Q = \|V - \psi(\kappa)\|_2^2 + \lambda \|\Delta\kappa\|_2^2 \quad (15)$$

多出项  $\lambda \|\Delta\kappa\|_2^2$  称为罚函数项,正则化参数  $\lambda$  是一个非负值,它控制着先验信息所占的相对权值.

对  $\psi$  作 Taylor 展开,略去高阶项代入式(15),得

$$Q = \|S^T (V - \psi(\kappa)) - S\Delta\kappa\|_2^2 + \lambda \|\Delta\kappa\|_2^2 \quad (16)$$

极小化式(16),得到方程

$$(S^T S + \lambda I)\Delta\kappa^{(k)} = S^T (V - \psi(\kappa^{(k)})) \quad (17)$$

求解式(17)可得

$$\Delta\kappa^{(k)} = (S^T S + \lambda I)^{-1} S^T (V - \psi(\kappa^{(k)})) \quad (18)$$

进而由

$$\kappa^{(k+1)} = \kappa^{(k)} + \Delta\kappa^{(k)} \quad (19)$$

给定初始值,反复迭代,可重建电导率分布.

### 2.2.2 正则化的高斯牛顿一步动态重建算法

非线性高斯牛顿重建算法虽然可以较精确全局反

映所测导体内部参数信息,但十分耗时,每次迭代之后都要重新计算  $S$ ,且对计算机性能要求高.事实上,在经过一次迭代之后导体的大部分特性就已经被识别出来,将其应用在 MIT 的动态成像中可近似为线性成像算法,其相应的正问题为

$$\Delta V = \frac{d\psi}{d\kappa} = S\Delta\kappa \quad (20)$$

因此,其相应的逆问题为

$$\Delta\kappa = (S^T S)^{-1} S^T \Delta V \quad (21)$$

实施 Tikhonov 正则化方法加以修正,则式(21)可变为

$$\Delta\kappa = (S^T S + \lambda I)^{-1} S^T \Delta V \quad (22)$$

其中,  $\Delta\kappa$  是所测物体两种状态下的电导率变化,  $\Delta V$  是其测量数据的相应变化,  $\lambda$  为正则化参数,  $S$  为  $m \times n$  矩阵,其中  $m$  为独立测量的数目,  $n$  为通过有限元方法重建电导率的离散单元个数.有限网格的划分这里不做细致的讨论.

## 3 仿真实验及结果分析

### 3.1 仿真实验

#### 3.1.1 模型建立

实验所设定的电导率值都是在人体组织的生理范围之内,测量模型如图 2 所示,为了省时,将其在一个二维空间里进行计算.模型主要由 1 个导电圆形区域, 1 个小的圆形扰动区域, 8 个激励线圈阵列和 16 个接收线圈阵列组成.激励线圈的直径设定为 100mm,高度为 10mm,且 8 个激励线圈按同等间距围绕半径为 140mm 的圆环排列;接收线圈的直径设定为 40mm,高度为 5mm,且 16 个接收线圈按同间距围绕半径为 115mm 的圆环排列;较大的导电圆形背景区域和小的圆形扰动的半径分别为 95mm 和 20mm.

实验目的是运用动态图像重建方法实现对绝对电导率的成像,所以导电圆形背景的电导率设定为 0S/m.为了获得测量数据,小的圆形扰动圆心位置为  $[x, y] = [20, 50]$ ,初始状态设定为 0S/m,终止状态为 1S/m.人体属于非磁性物质,因此大小圆形区域的相对磁导率都为 1,激励频率  $f = 1\text{MHz}$ ,电流  $I = 5\text{A}$ .为了模拟测量系

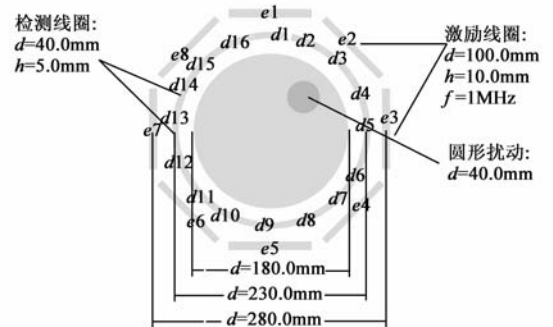


图2 MIT测量模型

统接收通道的噪声,将不同 SNR 的不相关高斯噪声添加到测量电压数据中。

### 3.1.2 仿真过程

为了验证一步动态图像重建算法的可行性以及不同实验参数对其成像结果的影响,将其分别应用于以下的实验中:

(1) 测试正则化参数  $\lambda$  对成像结果的影响.电导率初始值设定为  $\sigma_{\text{初}} = 1\text{S/m}$ ,在其它参数一定且最优的情况下,取一定范围内不同的  $\lambda$  值进行成像,旨在确定成像结果相对较优的  $\lambda$  值。

(2) 测试激励-接收线圈个数对成像结果的影响.取  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ ,迭代成像算法中  $\sigma_{\text{初}} = 0.1\text{S/m}$ ,旨在找出运用该算法时测量次数对成像结果的影响。

(3) 测试成像算法中电导率初值对成像结果的影响.取  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ ,激励-检测线圈采用 8-16 模型,  $\sigma_{\text{初}}$  分别设定为  $0\text{S/m}$ ,  $0.1\text{S/m}$ ,  $1.1\text{S/m}$  和  $2\text{S/m}$ ,旨在找出迭代算法中电导率初值的设定对成像结果的影响。

(4) 测试在测量电压中加入不同 SNR 值的不相关高斯噪声对成像结果的影响.取  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ ,激励-接收线圈采用 4-8 和 8-16 模型,  $\sigma_{\text{初}}$  初始值设定为  $0.1\text{S/m}$  和  $2\text{S/m}$ , SNR 值分别为 20dB、40dB、60dB、65dB、70dB 和 80dB。

为了证明一步动态重建算法与其它重建算法在精度、速度等方面的优势,做以下实验:

(5) 测试一步动态重建算法与滤波反投影和高斯牛顿算法在模型参数近似等价条件下的仿真结果,对算法的精度和速度进行对比。

### 3.1.3 评价

对所重建图像执行以下的测试:

- (1) 扰动圆形导体的中心点的电导率值;
- (2) 重建扰动导体位置的准确性。

为定量评价重建算法质量,在各种算法仿真对比结果中引入误差总和(Total Error, TE)准则<sup>[13]</sup>,定义为

$$\text{TE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\sigma_i^{\text{True}} - \sigma_i^{\text{Estimated}})^2}{\sum_{i=1}^n (\sigma_i^{\text{True}})^2}} \times 100\% \quad (23)$$

其中,  $\sigma_i^{\text{True}}$  和  $\sigma_i^{\text{Estimated}}$  分别代表真实电导率值和重构电导率值;  $n$  为电导率分布的自由度.式(23)反映了重建图像所有单元的电导率与真实值相应单元的电导率相对误差总和,TE 值越小,则成像结果越接近真实值。

## 3.2 实验结果与分析

表 1 列出了一定范围内几个典型的  $\lambda$  值在  $\sigma_{\text{初}} = 1\text{S/m}$  时重建图像所对应扰动的圆心坐标、电导率  $\sigma$  值和区分程度。

实验(1)表明,  $\lambda$  越小,  $\sigma$  值越接近初始值  $1\text{S/m}$ , 但其所成像区域的干扰也越多,所测扰动越不易区分,横

坐标左移,纵坐标下移;  $\lambda$  越大,  $\sigma$  值越小,越偏离  $1\text{S/m}$ , 虽然可区分但所测扰动易变大,横坐标右移动,纵坐标上移.因此,  $\lambda$  取值范围在  $10^{-21} \sim 10^{-22}$  之间成像效果相对理想,以下实验均取  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ 。

表 1 不同  $\lambda$  值所对应扰动参数

$\lambda$	圆心坐标 $x(\text{m})$	圆心坐标 $y(\text{m})$	$\sigma(\text{S/m})$	区分程度
$5 \times 10^{-20}$	接近 0.02	上移	$2.5 \times 10^{-3}$	扰动大可区分
$5 \times 10^{-21}$	接近 0.02	微上移	$6 \times 10^{-3}$	完全可区分
$1 \times 10^{-22}$	接近 0.02	微上移	0.02	不易区分
$1 \times 10^{-24}$	左移	微下移	0.03	扰动不明显

图 3 为在  $f = 1\text{MHz}$ ,  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ ,  $\sigma_{\text{初}} = 0.1\text{S/m}$ , 激励-接收线圈个数分别为 8-16、4-8、2-4、1-2(激励接收线圈同侧)、1-2(激励接收线圈对侧)和 1-1 所获得的重建图像。

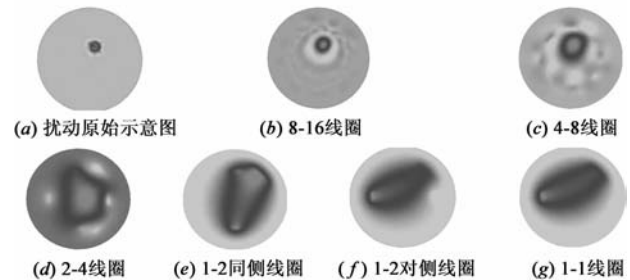


图 3 不同数目的激励-接收线圈所重建图像

从图 3 中可以看出,整体而言,激励-接收线圈个数越多,即测量次数越多,重建图像位置和大小越接近原始数据,即分辨率越高.因此在实际设计 MIT 线圈传感器时,尽可能增加测量次数以便提高重建图像的分辨率.另外,在 2-4、1-2 和 1-1 线圈结构中,重建图像基本难以辨别所测扰动,其原因一是测量次数减少,二是传感器不能全面覆盖成像区域而导致不能全局成像.因此,线圈传感器应尽可能覆盖成像区域的各个范围,这直接影响重建图像全面性和精确度.基于以上原因,以下的实验均采用 8-16 激励-接收线圈模型结构。

图 4 为  $f = 1\text{MHz}$ ,  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ , 激励-检测线圈个数为 8-16, 图像重建迭代算法中  $\sigma_{\text{初}}$  分别为  $0\text{S/m}$ ,  $0.1\text{S/m}$ ,  $1.1\text{S/m}$  和  $2\text{S/m}$  时所获得的重建图像。

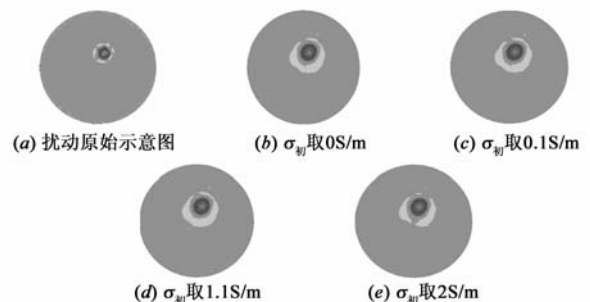


图 4 不同电导率初值的 MIT 重建图像

从图 4 中可以看出,在一步动态重建算法绝对电导率的重建成像中,不同迭代初值对成像区域中扰动的位置和大小影响并不明显,只要  $\sigma_{初}$  设定在一定范围内即可.但重建图像的电导率值距离真实值有一定差距.这主要是因为所采用的高斯牛顿一步重建算法是线性的,只能反应导体位置和大小等特性,如果想更为精确,只能进行多次迭代.然而,在实际的研究和医疗应用中,人们所关注能只是某些特性,具体的数值对判断影响并不大,这种情况下采用这种方法既可省时,耗能少,又可实现实时性,降低了对检测装置的设计难度,进而提高了装置的可行性,将更多精力放在如何提高分辨率和改进图像重建算法上.当然,如果所关注的是电导率的精确值,可以进行高斯牛顿迭代方法,这样可以使电导率值接近其真实值.

图 5 为  $f = 1\text{MHz}$ ,  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ ,  $\sigma_{初}$  为  $0.1\text{S/m}$  和  $2\text{S/m}$  时,激励-检测线圈个数分别为 8-16、4-8 下,改变所添加高斯噪声的 SNR 值所获得的重建图像.

从图 5 可以看出,整体而言,信噪比 SNR 越低,所重建图像越偏离真实值.对于 8-16 线圈模型,在 SNR = 65 时,扰动的位置和大小与真实值还算接近,但当 SNR = 60dB 时,干扰较多,难以辨认.对于 4-8 线圈传感器,在 SNR = 30dB 时,扰动位置和大小与实际逐渐难以区分.不相关高斯噪声对激励-接收线圈数量少的传感器比数量多的影响要小,但由于传感器减少的缘故,很明显 4-8 线圈结构所测的扰动比实际偏大.

对所测量的电压中添加不相关高斯噪声,当初始电导率分别为  $0.1\text{S/m}$  和  $2\text{S/m}$  时对重建图像的扰动中心电导率和扰动中心位置的准确性进行了测试,结果如表 2 和表 3 所示.

表 2 8-16 激励-检测线圈重建图像评价

SNR(dB)	80		70		65		60		40	
$\sigma_{初}(\text{S/m})$	0.1	2	0.1	2	0.1	2	0.1	2	0.1	2
$\sigma_{mean}(10^{-5}\text{S/m})$	6.013	7.716	7.204	6.155	8.247	5.313	13.021	13.258	67.276	no
$s_{shift}(\text{mm})$	3.5	3.5	3.5	9.5	20	20	3.5	3.5	3.5	no

表 3 4-8 激励-检测线圈重建图像评价

SNR(dB)	80		70		65		60		40	
$\sigma_{初}(\text{S/m})$	0.1	2	0.1	2	0.1	2	0.1	2	0.1	2
$\sigma_{mean}(10^{-5}\text{S/m})$	2.091	2.170	2.080	2.160	2.135	2.166	2.066	2.359	3.231	2.083
$s_{shift}(\text{mm})$	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	20	20	3.5	3.5

由表 2 和表 3 可以看出,所有扰动的圆心都轻微偏离实际扰动圆心位置.原因可能一是  $\lambda$  设置略微偏高,二是 MIT 中灵敏度并没有完全集中在激励和接收线圈之间的管状场区域,三是本文将 MIT 的逆问题线性化并利用一步迭代算法将灵敏度矩阵导出,这样做相对应的是没有被扰动的电导率分布;但扰动确实影响了灵敏度,因此,如果实际情况需要确定扰动的准确位置,可以使用非线性求解器来计算精确的灵敏度矩阵.

由实验结果可知,使用一步重建算法应用于任何参数下都无法精确接近于扰动电导率的真实值,即使在 SNR = 80dB 时也无法实现,这说明一步重建算法可以得到相对精确的方向,但由于缺少线性搜索通常得到的大多是不准确的步长宽度.

理论上来说,迭代算法中初值的设定对成像的精确性十分重要,尤其文本所采用的一步重建算法,只迭代一次,理论上初始值的设定更为关键.然而,从表 2 和表 3 中可以看出,重建算法迭代电导率初始值的确定对扰动的成像结果影响并不明显,其原因可能是本文所采用的是动态重建算法实现绝对电导率成像,除扰动外其它背景电导率均设置为  $0\text{S/m}$ ,即用差分图像实现绝对图像的重建,这样做背景与扰动的差值在算法中就已经差别很大了,所以只要迭代算法中的初始值设定在合理的范围内,就不会影响成像结果.

针对图 4(a)中扰动的原始位置,在  $f = 1\text{MHz}$ ,  $\lambda = 5 \times 10^{-21}$ ,  $\sigma_{初} = 0.1\text{S/m}$  时,激励-检测线圈个数为 8-16 下,分别应用滤波反投影算法、高斯牛顿法和一步动态重建算法对仿真结果的运行速度和电导率误差总和进行了测试(CPU 时钟为  $1\text{GHz}$ ),其中高斯牛顿法的迭代次数为 20 次;为方便比较,将电导率误差总和中的数据归一化处理才进行计算.以一步动态算法为基准,计算其它两种算法的相对数值,结果如表 4 所示.

由表 4 可知,从运行速度上看,滤波反投影在三种算法中最快,但其电导率误差总和比其它两种算法要大很多,说明其图像精度明显不够.从电导率误差总和

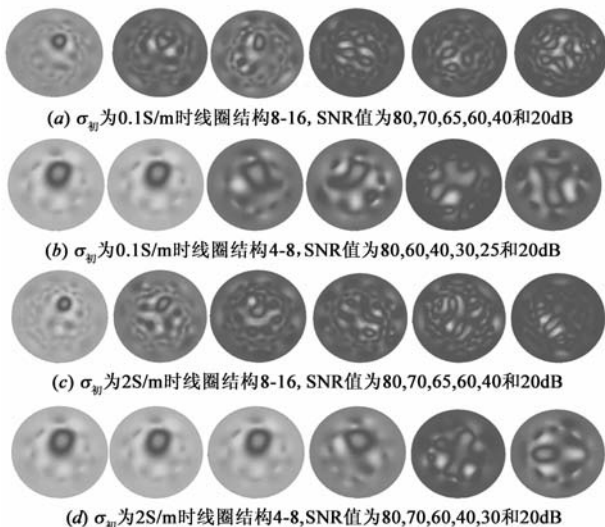


图 5  $\sigma_{初}$  为  $0.1\text{S/m}$ 、 $2\text{S/m}$  时, 8-16 和 4-8 线圈结构, 不同 SNR 时的 MIT 重建图像

上看,高斯牛顿比一步动态算法精度要略高,但其运行时间是一步动态算法的 20.6722 倍,速度要慢很多.虽然一步动态重建算法仿真结果中电导率的绝对值与真实值有差距,但经过归一化后其电导率误差总和与高斯牛顿法相差无几,说明应用一步动态算法能够较好的反映出扰动与背景的相对位置.

表 4 不同算法所对应的运行速度和电导率误差总和

重建算法	运行时间(s)	相对运行时间	TE	相对 TE
滤波反投影	6.232532	0.5289	0.2372	3.7711
高斯牛顿	243.614256	20.6722	0.0423	0.6725
一步动态	11.784638	1	0.0629	1

## 4 结论

本文所提方法应用于 MIT 图像重建中是可行的,运用正则化动态一步高斯牛顿重建算法实现了绝对电导率分布的图像重建,这对实际应用中关注扰动特性有很大帮助.此外,这种方法耗时少,无需与人体直接接触,应用于医疗上方便实时检测.由于对背景电导率的特殊设定,运用动态算法实现了对绝对电导率的图像重建,重建算法的速度、收敛性均得到了解决,这是非常有意义的.

文中只是所测扰动于单一频率下,当初始电导率值、激励-接收线圈、正则化参数和噪声影响测量程度不同的情况下通过重建结果找出各个相对最优解.从实验结果中所得出的很多结论对实际 MIT 检测装置设计有很大帮助,线圈个数越多越精确,但如果想得到全局图像,关键要使传感器覆盖成像区域,否则,再多次测量也无法提高成像分辨率.噪声对成像结果有很大的影响,所以,在实际设计中,尽可能去除信号中的噪声.下一步工作可以将电导率设定接近人体值,改变频率,探求频率对人体电导率设定的影响,以此降低逆问题的病态性.

## 参考文献

- [1] Griffiths H. Magnetic induction tomography [J]. Meas Sci Technol, 2001, 12(8): 1126 - 1131.
- [2] Korjnevsky A. Electric field tomography for contactless imaging of resistivity in biomedical applications [J]. Physiol Meas, 2004, 25(1): 391 - 401.
- [3] Griffiths H, Stewart WR, Gough W. Magnetic induction tomography. A measuring system for biological tissues [J]. Ann N Y Acad Sci, 1999, 873(4): 335 - 345.
- [4] Korjnevsky A, Cherepenin V, Sapetsky S. Magnetic induction tomography: experimental realization [J]. Physiol Meas, 2000, 21(1): 89 - 94.
- [5] S Watson, R J Williams, W Gough, H Griffith. A magnetic in-

duction tomography system for samples with conductivities below 10 S [J]. Meas Sci Technol, 2008, 19: 1 - 11.

- [6] Hollaus K, Magele C, Merwa R, Scharfetter H. Numerical simulation of the eddy current problem in magnetic induction tomography for biomedical applications by edge elements [J]. IEEE Trans Magnetics, 2004, 40(3): 623 - 626.
- [7] Pham MH, Peyton AJ. A model for the forward problem in magnetic induction tomography using boundary integral equations [J]. IEEE Trans Magnetics, 2008, 44(10): 2262 - 2267.
- [8] 金建铭. 电磁场有限元方法 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998.  
Jin Jian-ming. Electromagnetic Field Finite Element Method [M]. Xi'an: Xi'an university of Electronic Science and Technology Press, 1998. (in Chinese)
- [9] 马文淦. 计算物理学 [M]. 北京: 科学出版社, 2005. 76 - 79.  
Ma Wen-gan. Computational Physics [M]. Beijing: Science Press, 2005. 76 - 79. (in Chinese)
- [10] Zolghami M, Ledger PD, Griffiths H. Forward modeling of magnetic induction tomography: a sensitivity study for detecting haemorrhagic cerebral stroke [J]. Med Biol Eng Comput, 2009, 47(12): 1301 - 1313.
- [11] 黄卡玛, 赵翔, 等. 电磁场中的逆问题及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2005. 20 - 51.
- [12] 刘国强. 医学电磁成像 [M]. 北京: 科学出版社, 2006. 46 - 52.  
Liu Guo-qiang. Medics Electromagnetic Imaging [M]. Beijing: Science Press, 2006. 46 - 52. (in Chinese)
- [13] 徐桂芝, 李颖, 等. 生物医学电阻抗成像技术 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2010. 112 - 120.  
Xu Gui-zhi, Li Ying. Electrical Impedance Tomography in Biomedical Engineering [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2010. 112 - 120. (in Chinese)
- [14] Cohen-Bacrie C, Goussard Y, Guardo R. Regularized reconstruction in electrical impedance tomography using a variance uniformization constraint [J]. IEEE Trans Med Imaging, 1971, 18: 38 - 41.

## 作者简介



吕 轶 女, 1980 年出生于辽宁省丹东市. 现为东北大学博士研究生, 研究方向为磁感应磁感应成像正逆问题研究, 医学电磁成像方法数值模拟研究.

E-mail: tomato20886@yahoo.com.cn

王 旭 男, 1956 年出生于辽宁省. 现为东北大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师, 主要方向为智能控制技术、交流调速技术、神经网络技术、生物信息技术等.